

B.A./B.Sc. FIRST SEMESTER EXAMINATION 2021 STATISTICS

DESCRIPTIVE STATISTICAL (UNVARIATE) & PROBABILITY THEORY

Time : 3:00 Hours

Max. Marks : 75

नोट : प्रश्नपत्र के तीन खण्ड 'अ' 'ब' और 'स' हैं। प्रत्येक खण्ड में दिये गये निर्देशों के अनुसार प्रश्नों का उत्तर दीजिए।

Note : The question paper has three sections 'A' 'B' & 'C'. Answer the questions as per the instructions given in the each section.

खण्ड 'अ' (अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

Section 'A' (Very Short Answer Type Questions)

नोट : किन्हीं 07 प्रश्नों का उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न के उत्तर की अधिकतम सीमा 50 शब्द हैं। 7X2=14

Note : Attempt any 07 questions. Answer of each question should not exceed 50 words.

1.1 Explain meaning of population in Statistics.

सांख्यिकी में समष्टि का अर्थ स्पष्ट कीजिए।

1.2 In a histogram of a data set the highest frequency is corresponding to class interval 40 – 50 however the frequencies of adjacent classes 30 – 40 and 50 – 60 are same. What will be mode of the data ?

समंकों के एक समूह के आयत चित्र में सर्वाधिक बारंबारता वर्ग अन्तराल 40– 50 के लिए है जबकि उसके अगल बगल के वर्गों 30–40 और 50–60 की बारम्बारतायें समान हैं। समंक का बहुलक क्या होगा ?

1.3 Show that $\sum_{i=1}^n (x - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^n x^2 - \frac{G^2}{n}$, where $G = \sum_{i=1}^n x$

दिखाइए कि $\sum_{i=1}^n (x - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^n x^2 - \frac{G^2}{n}$, जहाँ कि $G = \sum_{i=1}^n x$

1.4 Define factorial moments if second factorial moment about origin is for a data set is 10 and mean is 3 then what will be standard deviation.

फैक्टोरियल आघूर्ण परिभाषित कीजिए यदि किसी समंक का मूल बिन्दु के सापेक्ष द्वितीय फैक्टोरियल आघूर्ण 10 तथा माध्य 3 हो तो मानक विचलन क्या होगा ?

P.T.O.

- 1.5 Find the difference between mean of first 10 natural numbers and their square.
प्रथम 10 प्राकृत संख्याओं के माध्य और उनके वर्ग के बीच का अंतर ज्ञात कीजिए।
- 1.6 Write the axioms of probability.
प्रायिकता के अभिगृहीत लिखिए।
- 1.7 Is following function, a probability density function ?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{5}x & \text{if } -2 < x < 3 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

क्या निम्नलिखित फलन, एक प्रायिकता घनत्व फलन है ?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{5}x & \text{if } -2 < x < 3 \\ 0 & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

- 1.8 Write properties of cumulative distribution function.
संचयी बंटन फलन के गुणों को लिखिए।
- 1.9 If $E(X) = 5$ and $E(Y) = 10$ then comment on truthfulness of $E(XY) = 50$.
यदि $E(X) = 5$ और $E(Y) = 10$ तो $E(XY) = 50$ की सत्यता पर टिप्पणी कीजिये।
- 1.10 Explain weak law of large numbers.

बृहत् संख्याओं दुर्बल नियम की व्याख्या कीजिये।
खण्ड 'ब' (लघु उत्तरीय प्रश्न)

Section 'B' (Short Answer Type Questions)

नोट : किन्हीं 05 प्रश्नों का उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न के उत्तर की अधिकतम सीमा 200 शब्द हैं। 5X5=25

Note : Attempt any 05 questions. Answer of each question should not exceed 200 words.

1. What are different types of scale of measurement ? Explain each with examples.
मापन के विभिन्न प्रकार के पैमाने क्या हैं ? प्रत्येक को उदाहरण सहित समझाइये।
2. Elaborate the method of construction of histogram and frequency polygon.
आयत चित्र और बारंबारता बहुभुज के निर्माण की विधि का सविस्तार वर्णन कीजिए।
3. Show that arithmetic mean is not independent by change of origin and scale. Is it also true for median ?
दिखाएँ कि समान्तर माध्य मूल पैमाने के परिवर्तन से स्वतंत्र नहीं है। क्या यह माध्यिका के लिए भी सत्य है ?
4. Define central and non – central moments. Show that r^{th} central moment is independent by change of origin but not by scale.
केन्द्रीय और गैर – केन्द्रीय आघूर्ण को परिभाषित करें। दिखाएँ कि r^{th} केन्द्रीय आघूर्ण मूल के परिवर्तन से स्वतंत्र है लेकिन पैमाने से नहीं।
5. Define mutually exclusive and independent events. For two events A and B, given that $P(A)=0.30, P(B)=0.50$ then what will be $P(A \cup B), P(A|B)$ and $P(B|A)$ if
 - (i) A and B are mutually exclusive.
 - (ii) A and B are independent.
 परस्पर अपवर्जी और स्वतंत्र घटनाओं को परिभाषित करें। दो घटनाओं A और B के लिए, दिया गया है कि $P(A)=0.30, P(B)=0.50$ तो $P(A \cup B), P(A|B)$ और $P(B|A)$ क्या होगा यदि
 - (i) A और B परस्पर अपवर्जी हैं।
 - (ii) A और B स्वतंत्र हैं।
6. There are two separate drawers in a table. The first drawer contains 2 gold and 3 silver coins while in second drawer there are 3 gold and 2 silver coins. A drawer is selected at random with equal chance and then a coin is selected at random from the selected drawer.

If selected coin was gold then what is chance that it was from second drawer ?

एक टेबल में दो अलग – अलग दराज हैं। पहले दराज में 2 सोने और 3 चांदी के सिक्के हैं जबकि दूसरे दराज में 3 सोने और 2 चांदी के सिक्के हैं। एक दराज को समान अवसर के साथ यादृच्छिक रूप से चुना जाता है और फिर चयनित दराज से यादृच्छिक रूप से एक सिक्का चुना जाता है। यदि चयनित सिक्का सोना था तो क्या संभावना है कि वह दूसरे दराज से था ?

7. Distinguish between discrete and continuous random. There are 2 defective and 3 non defective bulbs in a box. Three bulbs are chosen at random by without replacement method. Define a random variable X as number of non defective bulbs in the selection. Write probability distribution of X and obtain its cumulative distribution function.

असतत और सतत यादृच्छिक चरों के बीच भेद कीजिए। एक बाक्स में 2 दोषपूर्ण और 3 गैर दोषपूर्ण बल्ब हैं। बिना प्रतिस्थापन विधि के यादृच्छिक रूप से तीन बल्बों को चुना जाता है। एक यादृच्छिक चर X को, चयन में गैर – दोषपूर्ण बल्बों की संख्या के रूप में परिभाषित किया जाता है। X का प्रायिकता बंटन लिखिए और उसका संचयी बंटन फलन प्राप्त कीजिए।

8. Define mathematical expectation. For bivariate random variable X and Y show that $E [X + Y] = E (X) + E (Y)$.

गणितीय प्रत्याशा को परिभाषित कीजिए। द्विचर यादृच्छिक चर X और Y के लिए दर्शाइये कि $E [X + Y] = E (X) + E (Y)$ ।

खण्ड 'स' (दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Section 'C' (Long Answer Type Questions)

नोट : किन्हीं 03 प्रश्नों का उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न के उत्तर की अधिकतम सीमा 400 शब्द हैं। 3X12=36

Note : Attempt any 03 questions. Answer of each question should not exceed 400 words.

9. Explain the utility of graphs. Discuss various steps of making ogives, stem and leaf plot and box and whisker plot by taking examples.

ग्राफ की उपयोगिता समझाइये। उदाहरण देते हुए तोरण, तना और पत्ती का प्लॉट और बॉक्स और व्हिस्कर प्लॉट बनाने के विभिन्न चरणों की चर्चा करें।

10. What is dispersion ? What are different methods of obtaining dispersion ? If X_1, X_2, \dots, X_n are values of a variable X then show that :

(i) $\text{Var}(aX)$ and $\text{Var}(aX + b)$ are equal for any real value a and b

(ii) Find the value of constant K such that $\sum_{i=1}^n (x_i - K)^2$ is minimum.

प्रसरण क्या है ? प्रसरण प्राप्त करने की विधियाँ क्या हैं ? यदि X_1, X_2, \dots, X_n एक चर X के मान हैं तो दर्शाइये कि :

(i) किसी भी वास्तविक मान a और b के लिए $\text{Var}(aX)$ और $\text{Var}(aX + b)$ बराबर हैं।

(ii) स्थिरांक K का मान इस प्रकार ज्ञात कीजिए कि $\sum_{i=1}^n (x_i - K)^2$ न्यूनतम हो।

11. What are difference between skewness and kurtosis ? Explain different methods of measurement of skewness and kurtosis mentioning the limits of each method.

सममित और कर्टोसिस में क्या अन्तर है ? सीमाओं का उल्लेख करते हुए सममित और कर्टोसिस के मापन की विभिन्न विधियों की व्याख्या कीजिए।

12. Define mathematical definition of probability and explain its limitations. State and prove total law of probability. Suppose that A and B are events and $P(A)=x, P(B)=y$ and $P(A \cap B)=z$. Express each of the following in terms of x, y , and z .

(i) $P(A^c \cup B^c)$

(iii) $P(A^c \cap B)$

(iii) $P(A^c \cup B)$

(iv) $P(A^c \cap B^c)$

संभाव्यता की गणितीय परिभाषा को परिभाषित करें और इसकी सीमाओं की व्याख्या करें। प्रायिकता का योग नियम लिखिए और सिद्ध कीजिए। मान लीजिए

P.T.O.

कि A और B घटनाएँ हैं $P(A)=x, P(B)=y$ और $P(A \cap B)=z$ ।
निम्नलिखित में से प्रत्येक को x, y , और z के पदों में व्यक्त कीजिए ।

(ii) $P(A^c \cup B^c)$

(iii) $P(A^c \cap B)$

(iii) $P(A^c \cup B)$

(iv) $P(A^c \cap B^c)$

13. The joint probability density function of a two dimensional random variable (X, Y) is given by :

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{if } |y| < x \text{ and } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Find marginal distributions of X and Y and hence the values of $E(X+3), E(Y-3)$ and $E(X+3)(Y-3)$.

द्विविमीय यादृच्छिक चर (X, Y) का संयुक्त संभाव्यता घनत्व फलन निम्नवत दिया गया है :

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{if } |y| < x \text{ and } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

X और Y के सीमांत वितरण निकालें और इसकी सहायता से

$E(X+3), E(Y-3)$ और $E(X+3)(Y-3)$ के मान ज्ञात करें।

14. State and prove Chebychev's inequality. Using Chebychev's inequality, obtain mean and variance of a random variable X for

which given that $P(|2X - 2| < 12) \geq \frac{8}{9}$.

चेबिशेव की असमयिका का कथन लिखते हुए सिद्ध कीजिये। चेबिशेव की असमयिका का प्रयोग करते हुए यादृच्छिक चर X का माध्य और प्रसरण ज्ञात

कीजिए जिसके लिए दिया है कि $P(|2X - 2| < 12) \geq \frac{8}{9}$.
